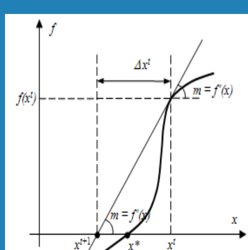
SISTEME ELECTROENERGETICE

Capitolul 3

CALCULUL REGIMULUI PERMANENT DE FUNCTIONARE AL SEE

METODA NEWTON-RAPHSON

Metoda Newton



$$f(x) = 0$$

$$x^{t+1} = x^t + \Delta x^t = x^t - \frac{f(x^t)}{f'(x^t)}$$

Metoda Newton - generalizare

Sistemul de ecuatii neliniare: $\Im([x]) = 0$

Dezvoltarea in serii Taylor:

$$\Im([x^*]) = \Im([x]^t + [\Delta x]^t) \approx \Im([x]^t) + J([x]^t) \cdot [\Delta x]^t$$

Forma liniarizata: $J([x]^t) \cdot [\Delta x]^t = -\Im([x]^t)$

Formula de iterare:

$$[x]^{t+1} = [x]^t + [\Delta x]^t = [x]^t - J^{-1}([x]^t) \cdot \Im([x]^t)$$

Metoda Newton - generalizare

Matricea Jacobian:

$$[J]=\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

Cea mai răspândită formă de implementare a metodei Newton – Raphson în cazul SEE foloseşte modelul neliniar al bilanţului de puteri în noduri, care utilizează pentru admitanţe reprezentarea algebrică:

$$\underline{Y}_{ik}=G_{ik}+j\cdot B_{ik}$$

iar pentru tensiuni, reprezentarea trigonometrică:

$$\underline{U}_i=U_i\cdot e^{j\theta_i}$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

Pentru un sistem cu ***N*** noduri independente, dintre care nodul ***e*** este nod de echilibru, puterea aparentă nodală asociată nodului ***i*** are expresia:

$$\underline{S}_i=P_i+j\cdot Q_i=\underline{U}_i\cdot\underline{J}_i^*=\underline{U}_i\cdot\sum_{k=1}^{N}\underline{Y}_{ik}^*\cdot\underline{U}_k^* \quad i=1,\ldots,n;\, i\neq e$$

care se prelucreaza folosind reprezentarile algebrica si trigonometrica pentru admitante si tensiuni.

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

$$\underline{S}_i = U_i \cdot e^{j\theta_i} \cdot \sum_{k=1}^{N} (G_{ik} - j\cdot B_{ik}) \cdot U_k \cdot e^{-j\theta_k} =$$

$$= \sum_{k=1}^{N}(G_{ik} - j\cdot B_{ik})\cdot U_i \cdot U_k \cdot e^{j(\theta_i-\theta_k)}$$

$$i=1,\ldots,n;\quad i\neq e$$

$$\underline{S}_i = P_i + j\cdot Q_i = U_i^2\cdot(G_{ii} - j\cdot B_{ii}) +$$

$$+ \sum_{k=1,k\neq i}^{N} (G_{ik} - j\cdot B_{ik})\cdot U_i\cdot U_k\cdot[\cos(\theta_i-\theta_k) + j\cdot\sin(\theta_i-\theta_k)]$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

$$P_i = G_{ii}\cdot U_i^2 + \sum_{k=1,k\neq i}^{N} U_i\cdot U_k\cdot[G_{ik}\cdot\cos(\theta_i-\theta_k) + B_{ik}\cdot\sin(\theta_i-\theta_k)]$$

$$i=1,\ldots,n;\quad i\neq e$$

$$Q_i = -B_{ii}\cdot U_i^2 - \sum_{k=1,k\neq i}^{N} U_i\cdot U_k\cdot[B_{ik}\cdot\cos(\theta_i-\theta_k) - G_{ik}\cdot\sin(\theta_i-\theta_k)]$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

Ipoteza: se considera toate nodurile de tip **PQ**.

Se adopta o aproximatie initiala pentru tensiunile complexe si se calculeaza injectiile de puteri nodale.

$$\Delta P_i = P_i^{imp} - P_i \qquad i=1,\ldots,n;\quad i\neq e$$
$$\Delta Q_i = Q_i^{imp} - Q_i$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

Pentru compensarea acestor abateri este necesară aplicarea unor corecții la nivelul modulelor şi argumentelor tensiunilor nodale, ΔU_i şi $\Delta\theta_i$, care sunt corelate cu abaterile ΔP_i şi ΔQ_i prin relațiile:

$$\Delta P_i = \sum_{k=1}^{N}\left[\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k}\cdot\Delta\theta_k + \frac{\partial P_i}{\partial U_k}\cdot\Delta U_k\right] \qquad \Delta P_i = \sum_{k=1}^{N}\left[\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k}\cdot\Delta\theta_k + \frac{\partial P_i}{\partial U_k}\cdot U_k\cdot\frac{\Delta U_k}{U_k}\right]$$

$$\Delta Q_i = \sum_{k=1}^{N}\left[\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k}\cdot\Delta\theta_k + \frac{\partial Q_i}{\partial U_k}\cdot\Delta U_k\right] \qquad \Delta Q_i = \sum_{k=1}^{N}\left[\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k}\cdot\Delta\theta_k + \frac{\partial Q_i}{\partial U_k}\cdot U_k\cdot\frac{\Delta U_k}{U_k}\right]$$

$$i = 1,\dots,n;\quad i \neq e$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

$$\Delta P_i = H_{ii}\cdot\Delta\theta_i + N_{ii}\cdot\frac{\Delta U_i}{U_i} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N}\left(H_{ik}\cdot\Delta\theta_k + N_{ik}\cdot\frac{\Delta U_k}{U_k}\right)$$

$$i = 1,\dots,n;\quad i \neq e$$

$$\Delta Q_i = J_{ii}\cdot\Delta\theta_i + L_{ii}\cdot\frac{\Delta U_i}{U_i} + \sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N}\left(J_{ik}\cdot\Delta\theta_k + L_{ik}\cdot\frac{\Delta U_k}{U_k}\right)$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

Forma matriceala a sistemului de ecuatii:

$$\left[\begin{array}{cc|cc|c|cc|c|cc}
H_{11} & N_{11} & H_{12} & N_{12} & & H_{1k} & N_{1k} & & H_{1N} & N_{1N} \\
J_{11} & L_{11} & J_{12} & L_{12} & \dots & J_{1k} & L_{1k} & \dots & J_{1N} & L_{1N} \\
\hline
\dots & & \dots & & & \dots & & & \dots & \\
\hline
H_{i1} & N_{i1} & H_{i2} & N_{i2} & & H_{ik} & N_{ik} & & H_{iN} & N_{iN} \\
J_{i1} & L_{i1} & J_{i2} & L_{i2} & \dots & J_{ik} & L_{ik} & \dots & J_{iN} & L_{iN} \\
\hline
\dots & & \dots & & & \dots & & & \dots & \\
\hline
H_{N1} & N_{N1} & H_{N2} & N_{N2} & & H_{Nk} & N_{Nk} & & H_{NN} & N_{NN} \\
J_{N1} & L_{N1} & J_{N2} & L_{N2} & \dots & J_{Nk} & L_{Nk} & \dots & J_{NN} & L_{NN}
\end{array}\right] * \left[\begin{array}{c}
\Delta\theta_1 \\ \Delta U_1/U_1 \\ \hline \dots \\ \hline \Delta\theta_i \\ \Delta U_i/U_i \\ \hline \dots \\ \hline \Delta\theta_N \\ \Delta U_N/U_N
\end{array}\right] = \left[\begin{array}{c}
\Delta P_1 \\ \Delta Q_1 \\ \hline \dots \\ \hline \Delta P_i \\ \Delta Q_i \\ \hline \dots \\ \hline \Delta P_N \\ \Delta Q_N
\end{array}\right]$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

Expresiile coeficientilor matricei Jacobian:

$$H_{ii}=\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i}=-\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N} U_i\cdot U_k\cdot\left[G_{ik}\cdot\sin(\theta_i-\theta_k)-B_{ik}\cdot\cos(\theta_i-\theta_k)\right]=$$

$$=-B_{ii}\cdot U_i^2-Q_i$$

$$H_{ik}=\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k}=U_i\cdot U_k\cdot\left[G_{ik}\cdot\sin(\theta_i-\theta_k)-B_{ik}\cdot\cos(\theta_i-\theta_k)\right]$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

Expresiile coeficientilor matricei Jacobian:

$$N_{ii}=\frac{\partial P_i}{\partial U_i}\cdot U_i=\left[2\cdot G_{ii}\cdot U_i-\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N} U_k\cdot\left[G_{ik}\cdot\cos(\theta_i-\theta_k)+B_{ik}\cdot\sin(\theta_i-\theta_k)\right]\right]\cdot U_i=$$

$$=P_i+G_{ii}\cdot U_i^2$$

$$N_{ik}=\frac{\partial P_i}{\partial U_k}\cdot U_k=U_i\cdot U_k\cdot\left[G_{ik}\cdot\cos(\theta_i-\theta_k)+B_{ik}\cdot\sin(\theta_i-\theta_k)\right]$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

Expresiile coeficientilor matricei Jacobian:

$$J_{ii}=\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i}=\sum_{\substack{k=1\\k\neq i}}^{N} U_i\cdot U_k\cdot\left[B_{ik}\cdot\sin(\theta_i-\theta_k)+G_{ik}\cdot\cos(\theta_i-\theta_k)\right]=P_i-G_{ii}\cdot U_i^2$$

$$J_{ik}=\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k}=-U_i\cdot U_k\cdot\left[B_{ik}\cdot\sin(\theta_i-\theta_k)+G_{ik}\cdot\cos(\theta_i-\theta_k)\right]=-N_{ik}$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

Expresiile coeficientilor matricei Jacobian:

$$L_{ii} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_i} \cdot U_i = -\left[2 \cdot B_{ii} \cdot U_i + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{N} U_k \cdot \left[B_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) - G_{ik} \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) \right] \right] \cdot U_i =$$

$$= Q_i - B_{ii} \cdot U_i^2$$

$$L_{ik} = \frac{\partial Q_i}{\partial U_k} = -U_i \cdot U_k \cdot \left[B_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k - G_{ik} \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) \right] = H_{ik}$$

Metoda Newton-Raphson pentru calculul regimului permanent

Expresii simplificate ale coeficientilor matricei Jacobian:

$$H_{ii} = -Q_i - B_{ii} \cdot U_i^2 \qquad N_{ii} = P_i + G_{ii} \cdot U_i^2$$

$$J_{ii} = P_i - G_{ii} \cdot U_i^2 \qquad L_{ii} = Q_i - B_{ii} \cdot U_i^2$$

$$H_{ik} = L_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot \left[G_{ik} \cdot \sin(\theta_i - \theta_k - B_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k) \right]$$

$$N_{ik} = -J_{ik} = U_i \cdot U_k \cdot \left[G_{ik} \cdot \cos(\theta_i - \theta_k + B_{ik} \cdot \sin(\theta_i - \theta_k) \right]$$

Metoda Newton-Raphson - algoritm

1. Precizarea datelor de intrare.
2. Stabilirea aproximației inițiale pentru tensiunile nodale $\underline{U}_i^0$, $i=1..N$, $i \neq e$ și inițializarea procesului iterativ ($t=0$);
3. Considerarea succesivă a celor N-1 noduri independente, cu excepția nodului de echilibru: $i = 1, \ldots, N$, $i \neq e$:

   3.1. Calculul injecțiilor de putere activă și reactivă în iterația curentă, P_i și Q_i .

   3.2. Calculul abaterilor pentru puterea activă $\Delta P_i = P_i^{imp} - P_i$.

Metoda Newton-Raphson - algoritm

3.3. Tratarea nodurilor de tip PU. Dacă nodul i este de tip PU:

3.3.1. Dacă $Q_i < Q_i^{min}$, nodul i se transformă temporar în nod de tip PQ, pentru care $Q_i^{imp} = Q_i^{min}$ → salt la 3.3.4.

3.3.2. Dacă $Q_i > Q_i^{max}$, nodul i se transformă temporar în nod de tip PQ, pentru care $Q_i^{imp} = Q_i^{max}$ → salt la 3.3.4.

3.3.3. Dacă $Q_i^{min} \le Q_i \le Q_i^{max}$, nodul i se păstrează ca nod de tip PU → salt la 3.5.

3.3.4. Sistemului de ecuații liniare i se adaugă o ecuație corespunzătoare corecției pentru puterea reactivă → salt la 3.4.

Metoda Newton-Raphson - algoritm

3.4. Se calculează abaterea pentru puterea reactivă $\Delta Q_i = Q_i^{imp} - Q_i$.

3.5. Se trece la următorul nod i ($i \leftarrow i + 1$) și se revine la pasul 3.1, până la epuizarea tuturor nodurilor.

4. Verificarea criteriului de oprire. Se determină abaterile maxime pentru puterea activă (în toate nodurile) și puterea reactivă (în nodurile de tip PQ) și se verifică dacă acestea se înscriu sub limitele admisibile:

$$\Delta P_{\max} = \max_{i \in PQ,PU} (\Delta P_i) \qquad \Delta Q_{\max} = \max_{i \in PQ} (\Delta Q_i)$$

dacă $\Delta P_{max} \le \varepsilon_P$ și $\Delta Q_{max} \le \varepsilon_Q$, procesul iterativ se întrerupe și se trece la pasul 8. În caz contrar, procesul iterativ continuă, prin trecerea la pasul 5.

Metoda Newton-Raphson - algoritm

5. Calculul elementelor matricei Jacobian și rezolvarea sistemului de ecuații liniare cu o metodă directă, pentru determinarea corecțiilor $\Delta U_k / U_k$ și $\Delta \theta_k$.
6. Determinarea noii aproximații pentru tensiunile nodale.
7. Test pentru numărul de iterații T_{max}:
   - Dacă $t = T_{max}$, procesul de calcul se întrerupe cu afișarea mesajului "Depășire număr maxim de iterații".
   - Dacă $t < T_{max}$, se trece la o nouă iterație ($t \leftarrow t+1$) și se revine la pasul 3.
8. Calculul circulațiilor de puteri și al pierderilor de putere pe laturi și încheierea cu succes a algoritmului.


SFARSIT